Corrigé

a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2} \times u_n$.

Donc (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

b) $v_0 = -3^0 = -1$; $v_1 = -3^1 = -3$ et $v_2 = -3^2 = -9$.

Donc $\dfrac{v_1}{v_0} = \dfrac{-3}{-1} = 3$ et $\dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{-9}{-3} = 3$.

La suite (v_n) semble géométrique. Démontrons-le

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$\begin{aligned} v_{n+1} &= -3^{n+1} \\ &= -3 \times 3^n \\ &= 3 \times (-3^n) \\ &= 3v_n \end{aligned}$$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison 3.

c) $w_0 = \dfrac{1}{4^0} = 1$; $w_1 = \dfrac{1}{4^1} = \dfrac{1}{4}$ et $w_2 = \dfrac{1}{4^2} = \dfrac{1}{16}$.

Donc $\dfrac{w_1}{w_0} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{w_2}{w_1} = \dfrac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{4}$.

La suite (w_n) semble géométrique. Démontrons-le

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$\begin{aligned} w_{n+1} &= \frac{1}{4^{n+1}} \\ &= \frac{1}{4 \times 4^n} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4^n} \\ &= \frac{1}{4} w_n \end{aligned}$$

Donc la suite (w_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$.

d) $a_0 = \dfrac{1}{0+1} = 1$; $a_1 = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$

et $a_2 = \dfrac{1}{1+2} = \dfrac{1}{3}$.

Donc $\dfrac{a_1}{a_0} = \dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{2}{3}$.

Donc $\dfrac{a_1}{a_0} \neq \dfrac{a_2}{a_1}$.

La suite (a_n) n'est pas géométrique.